

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA ECONÓMICA, ESTADÍSTICA Y
CIENCIAS SOCIALES

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ECONÓMICA



***“Dinámica de la informalidad laboral en
Lima mediante sistemas de ecuaciones
diferenciales (2010-2030)”***

Participantes:

- Rivera Gómez Freddy Junior
20230420F
- Marcas Bancho Yadhira Anjali
20221587I
- Cucchi Concha Lessli Camila
20234529B
- Saucedo Batallanos Marlon Nilo
20231552C

Profesor: Chung Ching Ricardo Alejandro

Índice

1. **Introducción**

- 1.1. Planteamiento del problema
- 1.2. Justificación
- 1.3. Objetivos (general y específicos)

2. **Marco teórico económico**

- 2.1. Informalidad laboral en el Perú: evolución 2000–2024
- 2.2. Migraciones internas y externas hacia Lima
- 2.3. Factores explicativos: educación, PBI per cápita, presión tributaria, tamaño empresarial

3. **Marco matemático: ecuaciones diferenciales y sistemas lineales**

- 3.1. Ecuaciones diferenciales de primer orden
- 3.2. Sistemas lineales y forma matricial $\mathbf{X}'(\mathbf{t})=\mathbf{AX}+\mathbf{G}(\mathbf{t})$
- 3.3. Solución mediante autovalores y autovectores
- 3.4. Estabilidad de puntos de equilibrio y análisis cualitativo

4. **Modelo dinámico de la informalidad laboral**

- 4.1. Definición de variables y supuestos
- 4.2. Formulación del sistema de ecuaciones diferenciales
- 4.3. Forma matricial del modelo: $\mathbf{X}'(\mathbf{t})=\mathbf{AX}+\mathbf{F}$
- 4.4. Cálculo del punto de equilibrio $(\mathbf{I}^*,\mathbf{M}^*)$
- 4.5. Análisis de estabilidad (autovalores, traza y determinante)

5. **Simulación y análisis de políticas públicas**

- 5.1. Escenario base (sin intervención)
- 5.2. Escenario 1: mejora educativa

5.3. Escenario 2: reducción tributaria y aumento del tamaño empresarial

5.4. Escenario 3: políticas combinadas

6. Resultados, discusión y comparación con el modelo multivariable estático

7. Conclusiones y recomendaciones de política

8. Referencias

1. RESUMEN:

El presente trabajo analiza la dinámica de la informalidad laboral en Lima Metropolitana en el periodo 2010-2030, entendida como una característica estructural del mercado de trabajo peruano que se mantiene en niveles cercanos al 70-80 % de la PEA ocupada pese al crecimiento económico de las últimas décadas.

A partir de fuentes oficiales (INEI, MTPE, CEPLAN y otros), se describen las principales tendencias de la informalidad, así como su relación con factores como migración interna, nivel educativo, presión tributaria y tamaño empresarial.

Metodológicamente, se propone primero un modelo multivariable estático donde la tasa de informalidad se expresa como función de la migración, educación, carga tributaria y tamaño de empresa, analizando derivadas parciales y gradiente para estudiar la sensibilidad de la informalidad frente a cada variable.

Posteriormente, se construye un modelo dinámico mediante un sistema lineal de ecuaciones diferenciales que describe la interacción en el tiempo entre la informalidad $I(t)$ y la migración $M(t)$, estudiando sus puntos de equilibrio y estabilidad mediante autovalores, traza y determinante de la matriz asociada.

Finalmente, se realizan simulaciones de escenarios de política pública (mejora educativa, reducción tributaria, aumento del tamaño empresarial y combinación de medidas) para evaluar su impacto sobre la trayectoria de la informalidad hacia 2030, en contraste con las metas oficiales de reducción. Los resultados sugieren que la informalidad en Lima responde a un conjunto de factores estructurales y que su disminución requiere una estrategia integral que articule políticas educativas, tributarias, productivas y territoriales, más allá del solo crecimiento económico.

2. ABSTRAC:

This paper analyzes the dynamics of labor informality in Metropolitan Lima during the period 2010–2030, understood as a structural characteristic of the Peruvian labor market that remains at levels close to 70–80% of the employed economically active population despite economic growth in recent decades. Based on official sources (INEI, MTPE, CEPLAN, and others), the main trends of informality are described, as well as its relationship with factors such as internal migration, educational level, tax burden, and company size. Methodologically, a static multivariable model is first proposed in which the informality rate is expressed as a function of migration, education, tax burden, and company size, analyzing partial derivatives and gradients to study the sensitivity of informality with respect to each variable. Subsequently, a dynamic model is constructed using a linear system of differential equations that describes the interaction over time between informality $I(t)$ and migration $M(t)$, studying their equilibrium points and stability through eigenvalues, trace, and determinant of the associated matrix. Finally, simulations of public policy scenarios (educational improvement, tax reduction, increase in business size, and a combination of measures) are carried out to evaluate their impact on the trajectory of informality toward 2030, in contrast with official reduction targets. The results suggest that informality in Lima responds to a set of structural factors and that its reduction requires a comprehensive strategy that coordinates educational, tax, productive, and territorial policies, beyond mere economic growth.

3. Introducción

La prevalencia de la informalidad en el ámbito comercial en América Latina es una característica distintiva de la región, cuya génesis se encuentra en una serie de factores. En Perú, la informalidad se refiere a la falta de cumplimiento de regulaciones y normativas legales en actividades económicas y laborales. Entre los motivos claves que dieron origen a este fenómeno se incluyen las cargas legales onerosas y requisitos excesivos que deben afrontar aquellos que desean operar un negocio formal. Cabe resaltar que Perú figura entre los países que ostentan una de las tasas de impuestos más elevadas de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). Así mismo, la concentración de la actividad económica en ciertas áreas revela una notable disparidad entre el entorno urbano y rural, lo que a su vez alimenta un flujo constante de migraciones desde las zonas rurales hacia las urbanas.

La falta de acceso a una educación de calidad en muchas regiones limita las habilidades y capacidades de la población, dificultando así la búsqueda de empleos formales. La insuficiente remuneración en los trabajos formales es otro factor determinante que incita a las personas a buscar alternativas en la economía informal, ya que el salario ofrecido no satisface las necesidades básicas.

La corrupción y la evasión fiscal contribuyen a la falta de confianza en las instituciones gubernamentales, lo que a la vez desincentiva la formalización de negocios.

Para recapitular, estos elementos que hemos analizado proporcionan una comprensión más profunda de la intrincada problemática de la informalidad en el ámbito comercial de Perú. Estos factores no solo arrojan luz sobre la complejidad del fenómeno, sino que también ponen de manifiesto la necesidad de abordar este desafío de manera holística.

En el contexto de lo manifestado anteriormente, en el presente trabajo iremos recapitulando los hechos históricos que llevaron a que en nuestra actualidad hubiera una gran tasa de informalidad en el sector laboral y económico, recopilaremos información necesaria para poder establecer un modelo matemático en el cual se pueda lograr medir cómo crecerá la informalidad en la ciudad de Lima, además de lograr dar solución a esta problemática, proponiendo ideas y que estas al ser planificadas logren detener el crecimiento de la informalidad en la economía de nuestra capital.

El problema que planteamos fue:

¿Existe una relación entre la migración externa e interna y la informalidad laboral en Lima? De ser el caso, ¿Cómo podría modelarse matemáticamente dicha relación?

El objetivo:

Diseñar un modelo matemático a partir de los últimos 15 años anteriores para poder predecir los porcentajes de crecimiento de la informalidad y así poder pensar en contramedida.

1.1 Marco Teórico:

Informalidad: Contexto previo a 1950 y factores determinantes en su evolución durante 1950-2000

En este capítulo nos centraremos en identificar y analizar cuáles fueron los factores que desembocaron, a tal magnitud, la informalidad como hoy se le conoce, tan arraigada a la cultura limeña.

Los orígenes de la informalidad en el Perú se remontan por lo menos hasta la época colonial. De tal manera, en la etapa republicana, en el siglo XX para especificar, la informalidad no era una novedad, pero en ese tiempo, muchos cambios sociales e industriales revolucionaron la concepción y el desarrollo de la informalidad.

Esta irrumpió en los ámbitos comerciales de una Lima creciente, pero no era considerada, ni vista como algo negativo para las autoridades ni para los empresarios formales.

De hecho, estos últimos lo fomentaban: “El primer espacio para el avance de la informalidad en el comercio lo concedieron los formales mismos al conferir a la actividad ambulatoria un reconocimiento costumbrista como parte de la identidad cultural de la ciudad a través de los siglos” (De Soto 1986). Así, la informalidad se empieza a abrir paso a través de una ciudad con un mercado laboral en crecimiento, que aún no había atravesado por los grandes cambios industriales que traería el siglo XX. En los registros literarios de ese tiempo, no se encuentra nombramiento de la informalidad, dando a entender la poca atención e interés en dicho asunto, pues no lo veían como un problema, ni un obstáculo para el presente crecimiento económico de Lima.

Por otro lado, en las primeras décadas del siglo XX una de las problemáticas más evidentes del mercado laboral peruano, fue la falta de mano de obra. Esta escasez solo dio cabida a situaciones laborales que no se podrían catalogar como formales.

Según Contreras (2009), en ciertos sectores laborales (los más modernos) existían salarios monetizados, y algunos de los contratos laborales eran solo verbales, lo cual desacreditaba en veracidad, muchas veces.

El mercado laboral, a principios de 1930 empezó a brindar mejores estados laborales legales como normativos para el trabajador, pero de manera lenta (debido a las presiones demográficas) mientras que los procesos sociales avanzaban con mucha más rapidez. Este fue el panorama que encontraron los inmigrantes al llegar a Lima, un mercado laboral en desarrollo (que viendo anteriormente, no estaba

preparada para recibir mano de obra de esa magnitud), y optó por una tomar otra salida, la informalidad, que no era mal vista por las autoridades, ni por los empresarios que si eran formales, y además, era válida como tradiciones costumbristas. Los inmigrantes se dieron cuenta de que las posibilidades de llegar al sector laboral formal de manera rápida no eran alentadoras, así que optaron por una forma laboral bajo el marco legal de la informalidad. En esa época, el Perú empezó a urbanizarse rápidamente y el sector económico no crecía de tal manera que la totalidad de los migrantes obtuvieran un empleo. Por esa razón, para los migrantes que optaron por un campo laboral en la informalidad, no sería una tarea fácil salir de ese campo, debido a lo costoso que resultaba integrarse a la informalidad.

De esta manera se dieron las condiciones para que el sector informal creciera tan rápidamente, y se volviera el sustento de miles de peruanos en nuestros días.

1.1.1 Evolución de la Informalidad Laboral en el Perú (2000-2023)

La informalidad laboral en el Perú constituye una de las características estructurales más persistentes del mercado de trabajo. A pesar del crecimiento económico sostenido que experimentó el país desde la década de 2000, este no se ha traducido en una reducción significativa y sostenida del empleo informal. A lo largo de este período, la informalidad se ha mantenido en niveles que oscilan entre el 70% y el 80% de la Población Económicamente Activa Ocupada (PEAO), configurando una realidad que refleja tanto la debilidad institucional como las limitaciones del modelo productivo vigente.

a) Tendencias Generales

Desde el año 2007 hasta el 2019, el empleo informal en el Perú mostró una leve tendencia decreciente, al pasar del 80% al 72.7% de la PEA ocupada, según el INEI (2020). Esta tendencia se desaceleró en los años previos a la pandemia del COVID-19 y se revirtió parcialmente a partir de 2020. Para 2023, la informalidad alcanzó el 73.9%, y en 2024, el 70.9%, lo que equivale a más de 12 millones de trabajadores informales (Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo, 2024; CEPLAN, 2024).

La informalidad no solo es elevada en el sector privado, sino que también alcanza al propio Estado. En 2022, aproximadamente el 13% de los trabajadores del sector público laboraban sin contrato o bajo modalidades no reguladas, como la locación de servicios, lo que implica la ausencia de beneficios laborales básicos (Índice.pe, 2023).

b) Descomposición del Empleo Informal

El empleo informal puede descomponerse en dos grandes grupos:

- **Dentro del sector informal** (pequeñas unidades productivas no registradas): 56.9% (2019).
- **Fuera del sector informal** (en empresas formales o instituciones públicas, pero bajo condiciones precarias): 15.8% (2019).
- **Empleo formal:** Apenas el 27.3% de la PEA ocupada.

Esto evidencia que la informalidad no está necesariamente ligada a la ilegalidad o marginalidad absoluta, sino que también **permea sectores institucionalizados** a través de malas prácticas contractuales.

c) Por Tamaño de Empresa

Uno de los principales determinantes del empleo informal es el tamaño de la empresa. El 93.1% de los trabajadores informales del sector informal laboran en unidades con menos de 6 personas. En contraste, el 63% de los trabajadores formales se concentra en empresas de más de 31 empleados.

d) Sectores Económicos más Afectados

Las actividades económicas con mayor proporción de empleo informal son:

- Agropecuaria y pesca: 32% del empleo informal.
- Comercio: 19%.
- Transporte y comunicaciones: 9%.

Mientras tanto, los sectores con mayor concentración de empleo formal son:

- Otros servicios (incluye salud y educación públicas): 49%.
- Comercio: 19%.
- Manufactura: 12%.

e) Tipo de Ocupación y Modalidad Laboral

El tipo de vínculo laboral también determina la formalidad:

- Trabajadores por cuenta propia: 45% del empleo informal.
- Asalariados: 79% del empleo formal.

- Trabajadores familiares no remunerados: 14% del empleo informal.

Además, la informalidad tiende a ser una condición **recurrente incluso en casos de pluriempleo**. En 2019, el 18% de los trabajadores tenía dos ocupaciones, y en el 93% de los casos el segundo empleo era también informal.

f) Desigualdad Regional

La informalidad presenta una distribución geográfica muy desigual:

- Regiones con mayor informalidad: Huancavelica, Cajamarca, Puno, Ayacucho.
- Regiones con menor informalidad: Lima, Arequipa, Moquegua, Ica.

En la capital, Lima Metropolitana presenta una tasa de empleo informal de 58.7%, mientras que en la Región Lima (zona no metropolitana) esta se eleva al 75%.

g) Factores Demográficos

- Género: Las mujeres tienen una mayor probabilidad de estar en empleos informales (75.8%) frente a los hombres (70.3%).
- Edad: Los jóvenes (14-24 años) y adultos mayores (65+ años) presentan las tasas más altas de empleo informal (87.1% y 86.2% respectivamente).
- Estado civil: Los convivientes (32%) y solteros (29%) dominan entre los trabajadores informales.
- Número de hijos: La informalidad crece con el número de hijos: 82.4% de quienes tienen cuatro o más hijos trabajan informalmente.

h) Educación como Factor de Protección

El nivel educativo muestra una clara relación inversa con la informalidad:

- Formalidad: 39% de los trabajadores con empleo formal tienen educación superior universitaria.
- Informalidad: Predomina entre quienes solo tienen secundaria (47%) o primaria (27%).

Esto valida teóricamente la inclusión del nivel educativo (E) como variable explicativa negativa en el modelo matemático propuesto en esta investigación: a mayor educación, menor informalidad.

i) Interpretación desde el Modelo

Este panorama es coherente con el modelo multivariable planteado:

$$I = \alpha M - \beta E + \gamma T - \delta S + C$$

Donde:

- MMM: Migración,
- EEE: Educación,
- TTT: Tasa tributaria,
- SSS: Tamaño empresarial.

El análisis de derivadas parciales y del gradiente del modelo ayuda a interpretar que variables como **educación** y **tamaño empresarial** tienen efectos negativos sobre la informalidad, mientras que la **migración** y las **cargas tributarias** pueden contribuir a incrementarla, dependiendo de su magnitud e interacción.

j) Proyecciones y Retos

Según el Centro Nacional de Planeamiento Estratégico (CEPLAN), el Perú se ha propuesto como meta reducir la informalidad laboral al 60% para el año 2030. Para ello, se han propuesto estrategias como:

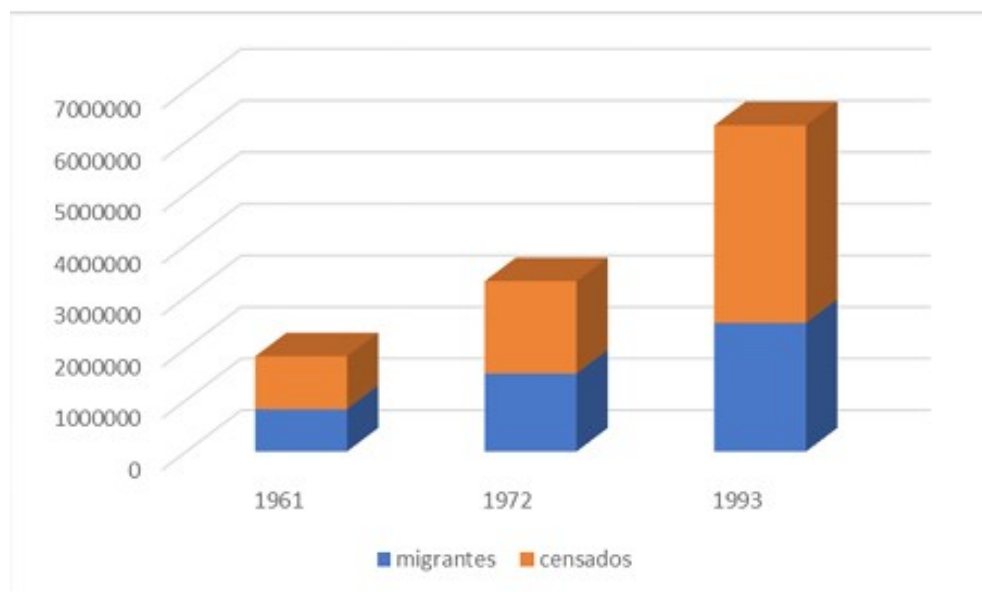
- Simplificación administrativa y tributaria para MYPES.
- Educación técnica y financiera inclusiva.
- Fomento del empleo juvenil formal.

2. Las migraciones hacia la capital:

Con el fin de obtener una comprensión detallada sobre la problemática del país, nos remontaremos a la década de los 50s y se procederá a exponer uno de los movimientos socio-culturales más relevantes, la “Cholificación”.

Como antes fue mencionado, las instituciones y las empresas formales no lo vieron como una amenaza al crecimiento económico de la capital, ello se refleja en que en el período de

1940 a 1961, Lima recibió aproximadamente 700 000 migrantes, y hacia 1970, estos ya constituían aproximadamente la mitad de la población limeña, y representaban alrededor del 60% de la población económicamente activa (PEA) que empleada en el sector informal. Y a partir de dicho año hasta el año 1993 existe un aumento de migraciones representando un porcentaje cercano al 50% de la población limeña. La INEI realizó censos en 1961, 1981, 1993 y recopilaron información de la población residente en la capital migrante de otras regiones del Perú en el transcurso de las décadas, desde el periodo de la cholificación.



FU

ENTE: INEI. Censos Nacionales de Población 1961, 1972 y 1993

En 1980, por la llegada del terrorismo influida por los grupos terroristas: Sendero Luminosa y el MRTA; el Perú paso por una inestabilidad política- social y una grave crisis económica, que afectó en grandes magnitudes el patrimonio nacional,

superando a los 26,000 millones de soles. La inestabilidad social tuvo mayor impacto en la sierra del país que en la costa, es debido a esto que las poblaciones andinas, al buscar más seguridad y escapar de un caos social que se vivía en sus regiones nativas, huyen hacia la capital con toda su familia en busca de nuevas oportunidades y seguridad, consecuencia de esto se demuestra la tan alta tasa de migrantes a la capital en los siguientes años. En el año 1985, se vivió uno de los años con mayor impacto en el país, pues por primera vez se ve en el poder a el partido APRA, su candidato a presidencia, Alan García, es elegido presidente de la nación por elección popular, pero el plan gubernamental fue un fracaso, desembocando en una grave crisis económica que solo empeoro la situación ya abatida del Perú. Las migraciones interprovinciales a la capital, aumentaron muy rápidamente y con ella, la informalidad. Según los datos recopilados por Saavedra, J. (1998) en ¿Crisis real o crisis de expectativas? El empleo en el Perú antes y después de las reformas estructurales, se obtienen los siguientes datos, que representan el aumento de la informalidad en Lima, desde 1986 hasta 1993.



FUENTE: Elaboración propia en base a Saavedra (1998)

En las últimas décadas, el Perú ha recibido un nuevo flujo migratorio masivo de origen internacional, destacándose el ingreso de más de 1.5 millones de venezolanos entre 2017 y 2023, según reporta la Superintendencia Nacional de Migraciones (2023). La mayoría de esta población migrante se ha establecido en Lima Metropolitana, concentrando aproximadamente el 60% del total (INEI, 2022).

Esta migración responde principalmente a la crisis profunda que atraviesa Venezuela, caracterizada por hiperinflación y el colapso de servicios básicos, lo cual ha impulsado un éxodo significativo hacia países como Perú (Acnur, 2021). Sin embargo, muchos migrantes enfrentan dificultades para acceder al mercado laboral formal debido a la falta de documentación adecuada o al no reconocimiento de sus títulos profesionales, lo que los lleva a integrarse mayoritariamente en empleos informales.

De hecho, el 78% de los venezolanos residentes en Lima desarrollan actividades económicas en sectores informales, tales como comercio ambulatorio, servicios domésticos y transporte no formal (OIT, 2022). Esta dinámica ha ejercido presión adicional sobre los recursos urbanos, particularmente en distritos como San Juan de Lurigancho y Comas, donde se ha incrementado la demanda de vivienda y servicios, agravando problemas de hacinamiento y contribuyendo a la expansión de la informalidad urbana (CEPAL, 2020).

En términos cuantitativos, entre 2018 y 2022 la tasa de informalidad laboral en Lima Metropolitana aumentó del 72% al 76%, coincidiendo con el periodo de mayor afluencia migratoria venezolana (INEI, 2023). Además, el Banco Central de Reserva del Perú (BCRP, 2023) estima que el 43% de los empleos informales

generados en 2022 fueron ocupados por migrantes venezolanos, lo que evidencia la influencia directa de este flujo migratorio en la estructura del mercado laboral informal.

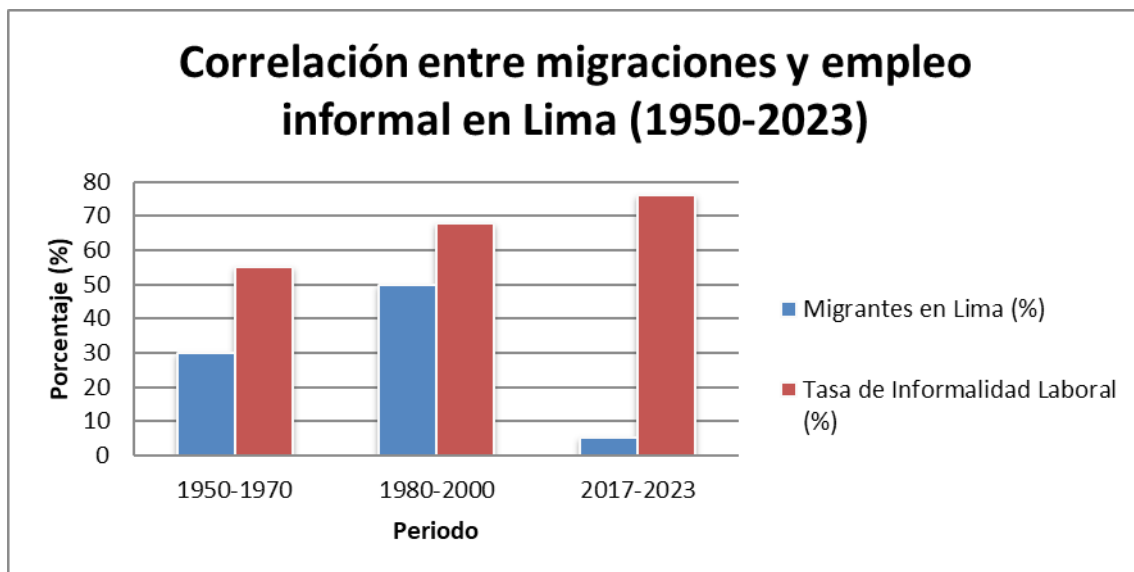


Figura 1. Comparación entre el porcentaje de migrantes (internos y venezolanos) y la tasa de informalidad laboral en Lima. Entre 1950-1970, las migraciones internas representaron el 30% de la población, con una informalidad del 55%. Para 2017-2023, los migrantes venezolanos alcanzaron el 5% de la población limeña, mientras la informalidad llegó al 76%. Fuente: Elaboración propia en base a INEI (2023).

3. Problematicación: crecimiento informal y dinámica migratoria

Durante la segunda mitad del siglo XX, Lima experimentó un crecimiento urbano acelerado, impulsado principalmente por las migraciones internas, en especial desde zonas rurales de la sierra peruana. Estas migraciones masivas, motivadas por factores como la centralización de oportunidades económicas, el conflicto armado interno y la crisis económica, provocaron una profunda transformación del mercado laboral limeño. Como resultado, surgió

un notable incremento del empleo informal, fenómeno que ha marcado hasta hoy la estructura económica de la capital. En este contexto, surge la necesidad de analizar cómo diferentes variables sociales, económicas y demográficas interactuaron entre sí para dar forma a este fenómeno complejo. Desde una perspectiva matemática, resulta relevante identificar relaciones funcionales entre variables como: el índice de migración a Lima, el crecimiento de la población económicamente activa, el nivel de empleo informal, el PBI per cápita, la inversión pública en empleo formal, y otros indicadores clave.

En cuanto al análisis del periodo 2010-2023, según datos del Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI), la tasa de empleo informal en el Perú ha mostrado una tendencia decreciente. En 2010, la informalidad laboral a nivel nacional era del 77,1%, mientras que en 2023 se redujo al 71,1%, lo que representa una disminución de 6 puntos porcentuales en ese periodo.

En el caso específico de Lima Metropolitana, la tasa de informalidad laboral en 2022 fue del 63,6%, según un informe de ComexPerú basado en datos del INEI. Aunque no se dispone de datos específicos para 2010 en Lima Metropolitana, la información disponible indica que la informalidad laboral en esta región ha seguido una tendencia similar a la nacional, con una disminución gradual en los últimos años.

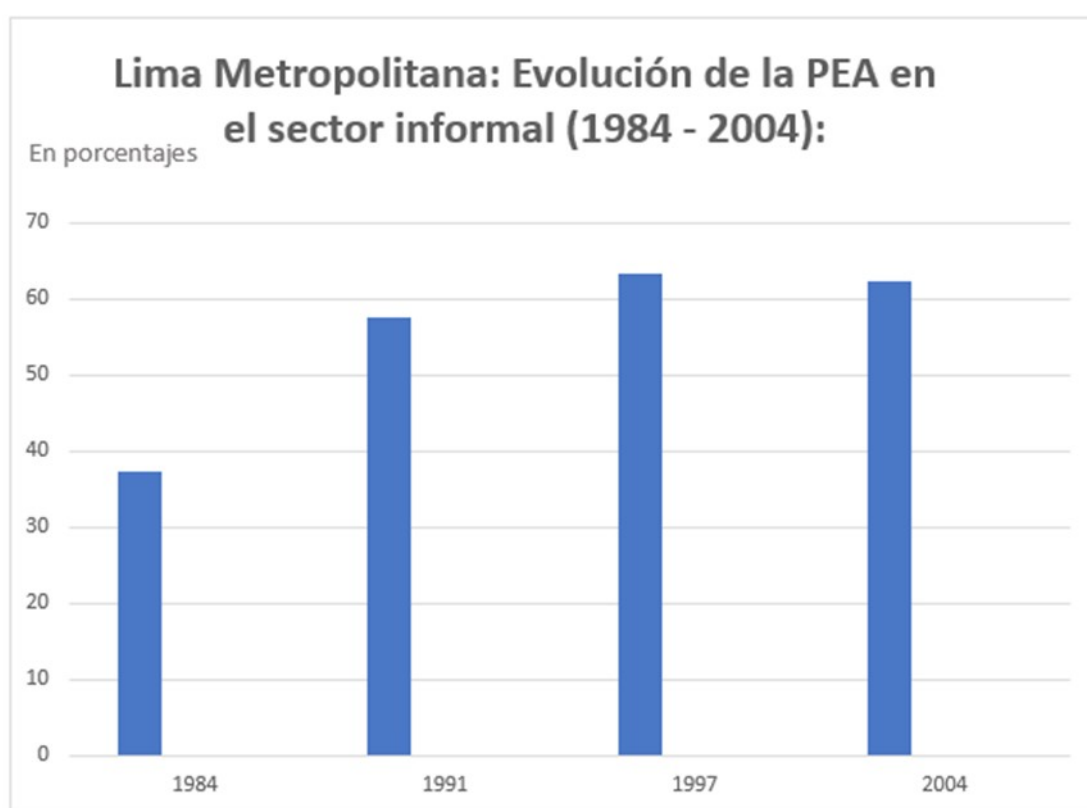
¿De qué manera puede modelarse, utilizando herramientas de matemática multivariable, la relación entre el aumento de la

informalidad laboral en Lima y factores como la migración interregional, el crecimiento demográfico urbano y las crisis económicas?

Desarrollar un modelo matemático multivariable que permita estudiar y visualizar la interacción entre variables socioeconómicas clave que influyeron en el aumento del empleo informal en Lima. El modelo buscará explicar cómo estas variables se correlacionan y cómo podrían haberse proyectado escenarios alternativos con diferentes políticas migratorias o económicas.

4. Tendencias de la informalidad por las migraciones:

Por las circunstancias antes vistas, la informalidad tiene un carácter de crecimiento (a pesar de que en ciertos años disminuyen), todo da por sentado de que el sector migratorio busca trabajo para su sobrevivencia



FUENTES: Gamero (2007), Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo

Los datos brindados por el Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo (MTPE) presenta menos datos que la gráfica estadística de Saavedra; asimismo, sus resultados son menores que los del año 1980.

5. Modelo de Informalidad con Cálculo Multivariable

Modelamiento de la Tasa de informalidad (I) como aquella función de varias variables:

$$I = F(M, E, T, S)$$

Donde:

- M: índice de migración
- E: Nivel educativo promedio de la población.
- T: Tasa de tributación efectiva (impuestos aplicados a la MYPES).
- S: Tamaño promedio de las empresas (Número de trabajadores por empresa)

Una función ejemplo podría ser:

$$I = F(M, E, T, S) = \alpha M - \beta E + \gamma T - \delta S + C$$

Donde $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ son coeficientes que representan el grado de impacto de cada variable, y C es un constante base.

Aplicando el Curso:

1. Derivadas Parciales: Estas nos permiten estudiar *cómo afecta cada variable individualmente a la informalidad*, manteniendo a las otras constantes. *(Sensibilidad de la informalidad frente a la*

$$\frac{\partial I}{\partial x} = \alpha$$

Si $\alpha > 0$, un aumento en la migración incrementará la informalidad.

2. *Gradiente del modelo:* El vector gradiente indica la dirección de mayor crecimiento de la informalidad:

$$\nabla I = \left(\frac{\partial I}{\partial M}, \frac{\partial I}{\partial E}, \frac{\partial I}{\partial T}, \frac{\partial I}{\partial S} \right)$$

Nos es útil para identificar combinaciones de políticas publicas que reduzcan la informalidad (Por ejemplo, buscar en que dirección baja más rápidamente el valor de **I**)

3. *Optimización (mínimos locales o globales):*

Al plantear una *función objetivo* que mida la informalidad, podemos buscar valores óptimos de la variables que *minimicen I*:

$$\min F(M, E, T, S)$$

- Esto se puede resolver con métodos como:
 1. *Multiplicadores de Lagrange.*
 2. *Análisis del Hessiano* para ver si los *puntos críticos* son mínimos.

EXPLICACION DEL MODELO:

¿Por qué se **resta** el nivel educativo?

En un modelo como:

$$I = f(M, E, \dots) = \alpha M - \beta E + \dots$$

donde:

- *I*: tasa de informalidad.
- *E*: nivel educativo (años de estudio, por ejemplo).
- $\beta > 0$: coeficiente que mide el impacto del nivel educativo sobre la informalidad.

El signo **negativo** delante de βE significa que:

A mayor nivel educativo, menor es la probabilidad de que una persona trabaje en el sector informal.

•
•
•

¿Por qué se **resta** el tamaño promedio de las empresas?

En un modelo como:

$$I = \alpha M - \beta E + \gamma T - \delta S + C$$

El término **–δS** indica que:
A mayor tamaño promedio de las empresas, menor es la informalidad laboral.

CAPÍTULO I:

1.1. Datos cuantitativos completos y organizados (2010-2024)

Para comprender adecuadamente la dinámica de la informalidad laboral en el Perú, es fundamental analizar su comportamiento a lo largo del tiempo. A pesar de ciertos avances en la formalización del empleo durante la última década, la informalidad continúa siendo una característica estructural del mercado laboral peruano. En la siguiente tabla se presenta la evolución anual de la tasa de informalidad laboral en el país, tomando como fuente principal los datos publicados por el Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI) y complementados por informes del Ministerio de Trabajo y otras entidades gubernamentales.

Año	Secundaria (%)	Superior no universitaria (%)	Superior universitaria (%)	Fuente
2010	42	12	12	INEI
2011	43	12.5	13	INEI
2012	44	13	13	INEI
2013	44.5	13.5	14	INEI
2014	44	13	13	INEI
2015	44.5	13.5	14	Idem
2016	45	14	14	Idem
2017	45	14	14	INEI
2018	43	15.5	18	INEI INEI
2019	43.7	20.7	28	INEI
2020	42	17.0	20.0	INEI
2021	42	18.0	21.0	INEI
2022	43.1	20.9	28.9	EPE 4T-2022 INEI
2023	42.6	21.4	28.8	INEI
1T-2024	42.5	17.0	21.3	INEI

Año	Secundaria (%)	Superior no universitaria (%)	Superior universitaria (%)	Fuente
2T-2024	42.4	17.7	20.8	INEI

Año	PIB per cápita (US\$)	Fuente
2010	5 055.5	Banco Mundial
2011	5 736.1	Banco Mundial
2012	6 407.6	Banco Mundial
2013	6 647.5	Banco Mundial
2014	6 584.0	Banco Mundial
2015	6 164.2	Banco Mundial
2016	6 207.4	Banco Mundial
2017	6 776.9	Banco Mundial
2018	7 051.6	Banco Mundial
2019	7 006.3	Banco Mundial
2020	6 145.0	Banco Mundial
2021	6 678.9	Banco Mundial
2022	7 363.0	Banco Mundial
2023	7 906.6	Banco Mundial
2024	8 458 (estimado)	Banco Mundial – Perú Country Overview

PBI per cápita 2010-2024

Simulación de Escenarios con el Modelo de Informalidad Laboral

Se utilizara simulaciones basadas en el modelo matemático, para estimar cómo diferentes políticas públicas pueden influir en la tasa de informalidad laboral.

Modelo base: $I=F(M,E,T,S)=\alpha M-\beta E,\gamma T-\delta S+C$

Donde :

- **M:** índice de migración
- **E:** Nivel educativo promedio de la población.
- **T:** Tasa de tributación efectiva (impuestos aplicados a la MYPES).
- **S:** Tamaño promedio de las empresas (Número de trabajadores por empresa)
- **C:** Constante

A continuación, se evalúan distintos escenarios simulando políticas específicas.

	PM10081FA
	Operaciones del sector público no financiero (porcentaje del PBI) - Inversión Pública
2010	5.86332464
2011	4.821461314
2012	5.407735777
2013	5.758849806
2014	5.490862109
2015	4.963940125
2016	4.758291062
2017	4.490852134
2018	4.668230237
2019	4.480138781
2020	4.192704009
2021	4.587347239
2022	4.934013019
2023	4.875391974
2024	5.22686289

Parámetros asumidos (con base en literatura especializada y coherencia económica). Parámetros (α , β , γ , δ y C).

Parámetro	Valor	Interpretación
α	2.0	Cada punto adicional en migración aumenta la informalidad en 2 puntos porcentuales
β	1.5	Cada año adicional de educación reduce la informalidad en 1.5 puntos

Parámetro	Valor	Interpretación
γ	0.8	Cada punto porcentual adicional en impuestos incrementa la informalidad en 0.8 puntos
δ	1.2	Cada trabajador adicional por empresa reduce la informalidad en 1.2 puntos
C	50	Nivel base de informalidad sin políticas

Variable	Valor
Migración (MMM)	5
Educación (EEE)	9 años
Impuestos (TTT)	30%
Tamaño empresa (SSS)	10 empleados

CAPÍTULO II:

Simulaciones de Políticas Públicas

A continuación, se evalúan distintos escenarios simulando políticas específicas.

Escenario 1: Aumento del nivel educativo a 12 años

$$I = 2(5) - 1.5(12) + 0.8(30) - 1.2(10) + 50 = 54\%$$

Reducción de 4.5 puntos porcentuales

Escenario 2: Reducción de impuestos al 20%

$$I = 2(5) - 1.5(9) + 0.8(20) - 1.2(10) + 50 = 50.5\%$$

Reducción de 8 puntos porcentuales

Escenario 3: Incremento en tamaño de empresas (15 empleados)

$$I = 2(5) - 1.5(9) + 0.8(30) - 1.2(15) + 50 = 52.5\%$$

Reducción de 6 puntos porcentuales

Escenario 4: Políticas combinadas

(Educación = 12 años, Impuestos = 20%, Tamaño empresa = 15)

$$I = 2(5) - 1.5(12) + 0.8(20) - 1.2(15) + 50 = 40\%$$

Reducción total de 18.5 puntos porcentuales

Conclusiones

Política aplicada	Reducción esperada de informalidad
Aumento de educación (+3 años)	↓ 4.5 puntos
Reducción de impuestos (-10%)	↓ 8.0 puntos
Mayor tamaño empresarial (+5)	↓ 6.0 puntos
Políticas combinadas	↓ 18.5 puntos

Este ejercicio evidencia cómo un **modelo multivariable** puede ser una herramienta poderosa para **cuantificar el impacto** de distintas políticas públicas sobre la informalidad laboral.

Recomendación de Política Combinada

Para lograr una disminución significativa y rápida de la informalidad, el análisis sugiere actuar simultáneamente en las siguientes direcciones:

- *M*–: Programas que reduzcan la migración rural-urbana desorganizada y fortalezcan las economías locales.
- *E* ↑: Inversión intensiva en educación técnica y superior, especialmente en regiones vulnerables.

- *S ↑*: Incentivos para la formalización y escalamiento de micro y pequeñas empresas.
- *T –*: Simplificación y alivio tributario para emprendimientos formales.

CAPÍTULO III:

PROYECCION A FUTURO:

Las proyecciones que se pretende descubrir (usando el modelo multivariable estimado en R) corresponde hasta el año 2030.

Con los datos antes ya mencionados se muestran 2 gráficos, que indican la relación entre el PBI per cápita y la tasa de informalidad, incorporando dos variables adicionales: el porcentaje de población con secundaria y la migración neta.

MODELO MATEMÁTICO MULTIVARIABLE:

$$I = 102.39 - (0.0006 \pm 0.0001) \text{ *PBI* } - 0.5809 \text{ *Secundaria* } - 0.000007 \text{ *Migración* }$$

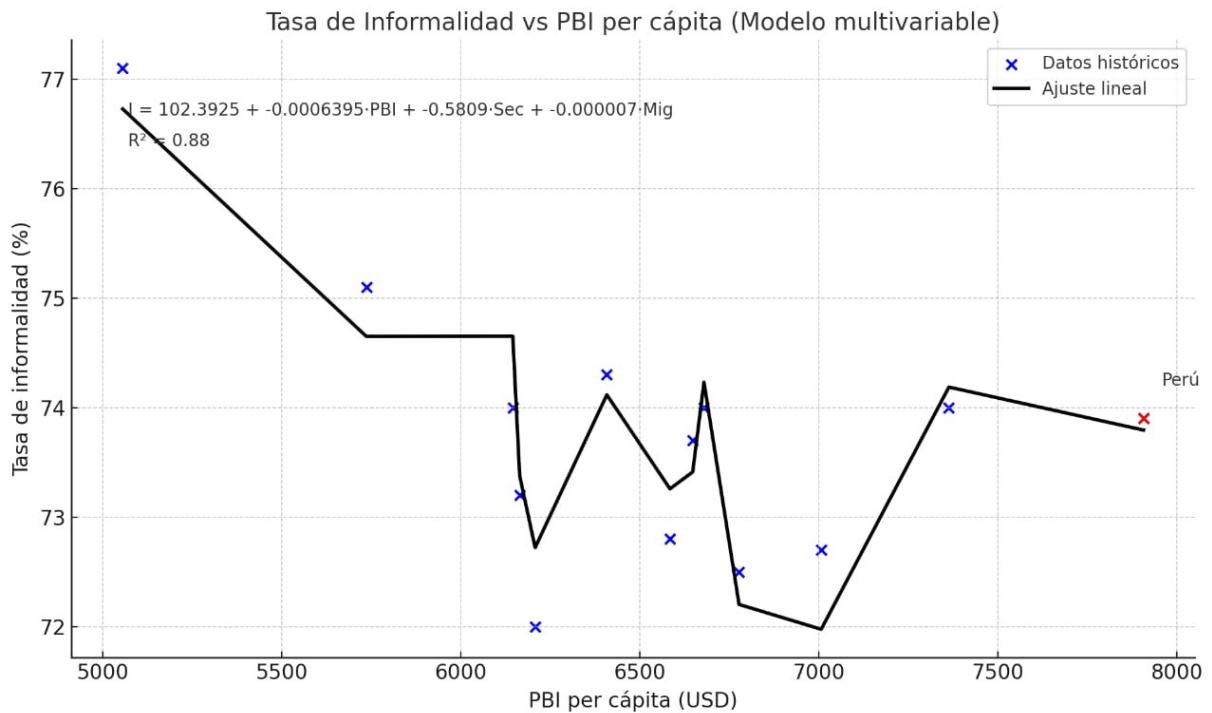
Donde:

I : Tasa estimada de informalidad

Secundaria: Porcentaje de población con educación secundaria.

Migración: Migración neta (en número de personas)

(±0.0001): margen de error en el **PBI**



Evaluación del modelo:

$R^2 = 0.88 \rightarrow$ El modelo explica el 88 % de la variación en la informalidad.

Todos los coeficientes tienen signo esperado:

- A mayor PBI, menor informalidad.
- A mayor educación secundaria, menor informalidad.
- A mayor migración neta negativa (más salida que entrada), mayor informalidad.

A partir de la estimación de un modelo multivariable, se ha demostrado que la tasa de informalidad laboral en el Perú está significativamente influenciada por variables como el PBI per cápita, el nivel educativo (secundaria completa) y la migración neta. El modelo ajustado presenta un alto poder explicativo ($R^2 = 0.88$), lo que respalda su utilidad para realizar proyecciones futuras.

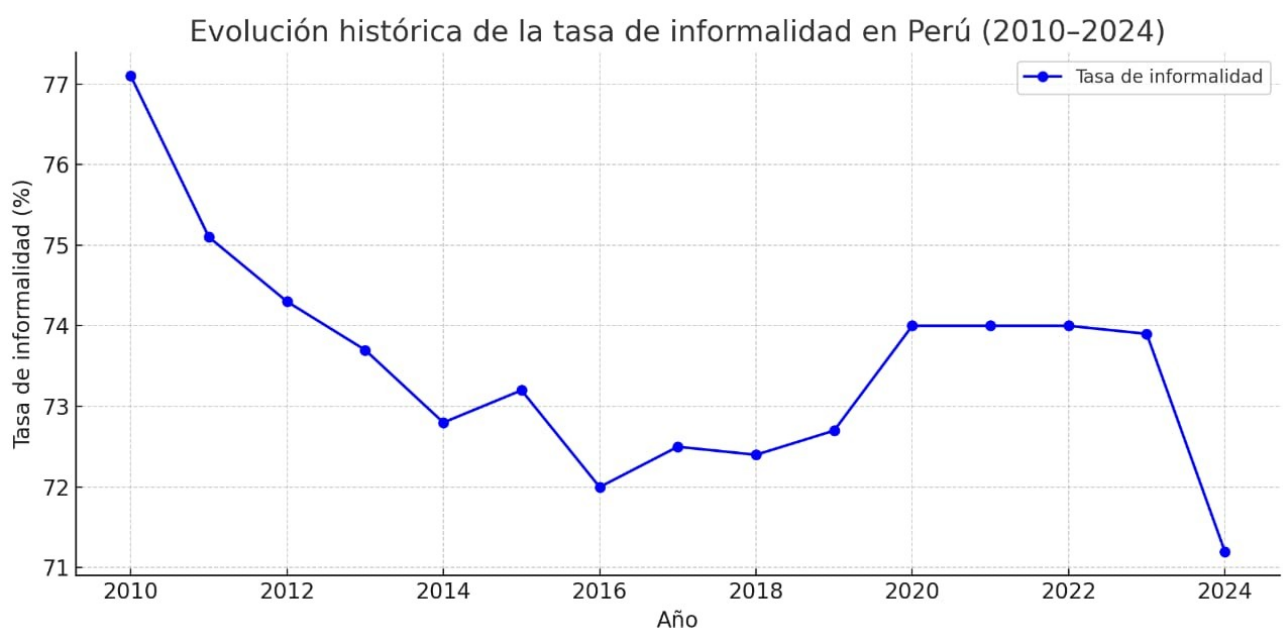
La ecuación obtenida, con un margen de error en el coeficiente del PBI per cápita, permitió proyectar la evolución de la informalidad entre 2025 y 2030, mostrando una tendencia ligeramente decreciente si se mantienen o mejoran las condiciones económicas y educativas actuales.

Este modelo no solo permite anticipar escenarios, sino también identificar variables clave sobre las cuales se puede intervenir desde la política pública para mitigar la informalidad en el mediano plazo.

ANÁLISIS GRÁFICO DEL MODELO MULTIVARIABLE

1. Gráfico de evolución histórica (2010-2024)

Muestra cómo ha cambiado la tasa de informalidad en el Perú en los últimos 15 años. Se observa una tendencia decreciente entre 2010 y 2019, un repunte por la pandemia, y una leve recuperación reciente.



Análisis prospectivo de la informalidad laboral (2025-2030)

En el modelo matemático multivariable propuesto:

$$I = 102.39 - (0.0006 \pm 0.0001) \text{ PBI} - 0.5809 \text{ Secundaria} - 0.000007 \text{ Migración}$$

Reemplazamos valores para los años (2025-2030), resultando los siguientes valores:

Año	PBI per cápita (US\$)	Secundari a (%)	Migración neta (personas)
2025	8,900	43.0	105,000
2026	9,300	43.5	110,000
2027	9,700	44.0	115,000
2028	10,100	44.5	120,000

Año	PBI per cápita (US\$)	Secundari a (%)	Migración neta (personas)
8 202			
9	10,500	45.0	125,000
203 0	10,900	45.5	130,000

Resultados estimados con respecto a la informalidad:

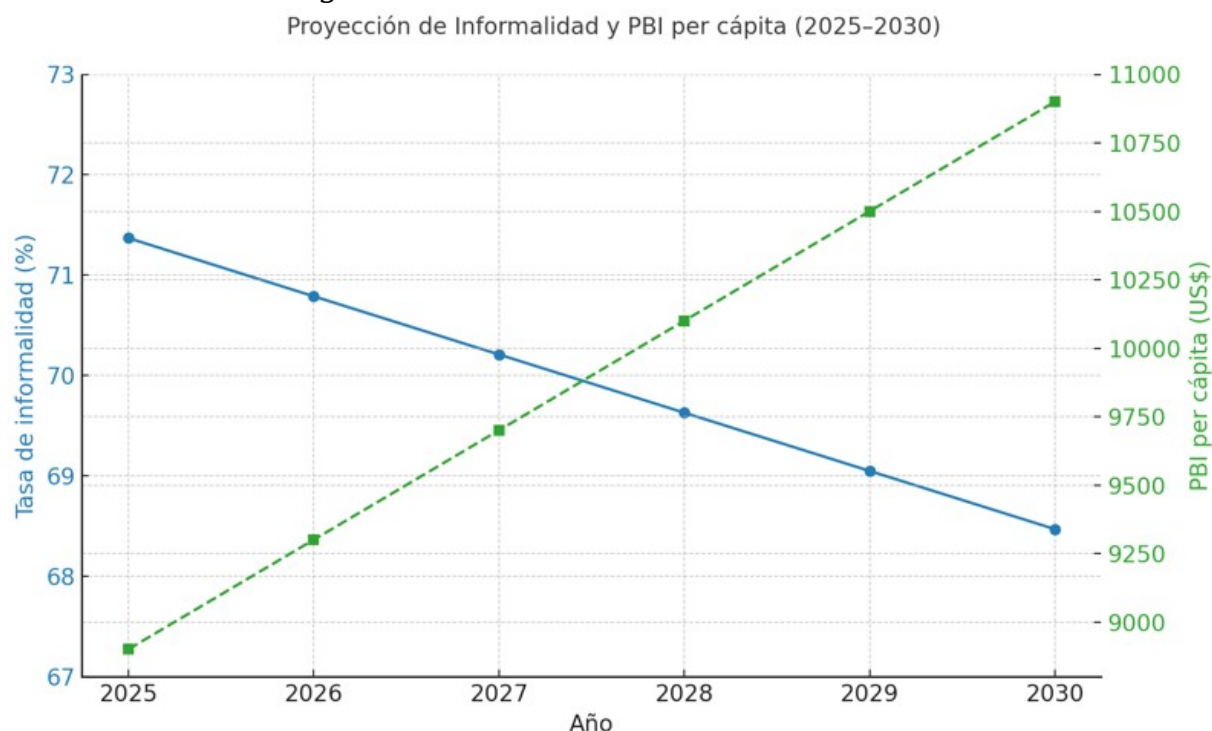
Año	Tasa estimada de informalidad (%)
202 5	71.37
202 6	70.79
202 7	70.21
202 8	69.63
202 9	69.05
203 0	68.47

El análisis muestra que la informalidad laboral en el Perú podría seguir bajando en los próximos años, siempre que el país mantenga un buen ritmo de crecimiento económico y se siga apostando por mejorar la educación secundaria. Aun así, el aumento de la migración neta puede frenar un poco esta mejora. Por eso, es importante que estas buenas condiciones vayan acompañadas de políticas que integren mejor a los migrantes al mercado laboral y que ayuden a reducir las brechas entre regiones.

Reducir la informalidad no depende de una sola acción. Se necesita una estrategia integral que junte desarrollo económico, acceso a una educación de calidad y una planificación poblacional que anticipe los cambios que el país seguirá viviendo.

En el siguiente gráfico se muestra solo la tasa de informalidad laboral (línea azul) y el PBI per cápita (línea verde discontinua) para el periodo 2025-2030.

Esto permite ver claramente la relación inversa proyectada entre ambas variables según el modelo.



Según la gráfica, observamos:

- A medida que el PBI per cápita aumenta, la tasa de informalidad laboral disminuye. Esta relación negativa refleja lo que el modelo multivariable sugiere: el crecimiento económico tiene un efecto correctivo sobre la informalidad.
- Se observa una disminución gradual y sostenida en la tasa de informalidad, que pasa de aproximadamente 71.4 % en 2025 a 68.5 % en 2030. Aunque no es una caída abrupta, sí indica una evolución positiva y consistente.
- Crecimiento económico sostenido, el PBI per cápita muestra una tendencia ascendente, lo que sugiere que el modelo asume estabilidad macroeconómica y una expansión moderada de la economía peruana en los próximos años.
- Aunque el ritmo de mejora en la informalidad es lento, se proyecta que el Perú puede acercarse gradualmente a la meta del 60 % de informalidad fijada por CEPLAN para el 2030, si las condiciones actuales se mantienen o mejoran.
- La reducción no ocurre de forma automática ni inmediata. El gráfico sugiere que solo con crecimiento económico no basta, se requiere continuar con reformas estructurales, inversión en educación, reducción de trabas tributarias y políticas de formalización.

SOLUCIONES:

La informalidad laboral en el Perú constituye un fenómeno estructural profundamente arraigado en la dinámica económica, social y migratoria del país. A través del análisis de datos entre 2010 y 2024 y la formulación de un modelo matemático multivariable que incorpora variables como el PBI per cápita, el nivel educativo (secundaria), la migración neta y la inversión pública, ha sido posible no solo explicar su evolución, sino también identificar los factores con mayor potencial de intervención.

Uno de los principales hallazgos del modelo es la correlación negativa entre el PBI per cápita y la tasa de informalidad. Esto sugiere que el crecimiento económico, en sí mismo, puede ser una herramienta poderosa para reducir la informalidad, siempre que sea equitativo y se traduzca en mayor capacidad de contratación formal.

Medidas propuestas:

- Fomento a la productividad en sectores de baja escala (micro y pequeñas empresas) mediante innovación, digitalización y acceso a crédito formal.
- Incentivos tributarios y técnicos a empresas que formalicen trabajadores o incrementen su escala operativa.

Promoción de polos industriales regionales descentralizados, que ayuden a reducir la concentración de empleo informal en Lima Metropolitana.

2. Políticas de educación focalizadas en zonas de alta informalidad

El modelo demuestra que el aumento en el porcentaje de la población con secundaria completa tiene un efecto significativamente reductor sobre la informalidad. Esto es consistente con la literatura internacional, que señala la educación como una vía de empoderamiento laboral y acceso a mejores oportunidades.

3.1. Ecuaciones diferenciales de primer orden

Una **ecuación diferencial ordinaria (EDO)** de primer orden relaciona una función desconocida $x(t)$ con su derivada $x'(t)$:

$$x'(t) = f(t, x(t))$$

En economía, $\mathbf{x}(t)$ puede representar, por ejemplo, la tasa de informalidad, el PBI per cápita o el nivel de deuda pública en el tiempo. La derivada $x'(t)$ describe **cómo cambia** esa variable a lo largo del tiempo.

Cuando la función \mathbf{f} depende linealmente de $\mathbf{x}(t)$, se tiene una EDO **lineal**:

$$\boxed{\mathbf{x}'(t) + \mathbf{a}(t)\mathbf{x}(t) = \mathbf{g}(t)}$$

Estas ecuaciones permiten analizar procesos de ajuste gradual: por ejemplo, cómo la informalidad se va acercando a un nivel de equilibrio cuando cambian impuestos o educación.

3.2. Sistemas lineales y forma matricial $\mathbf{X}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{G}(t)$

Muchos fenómenos económicos son **multivariables**: varias variables cambian a la vez e interactúan entre sí. En este caso es más natural usar un **sistema de ecuaciones diferenciales**:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(t, x_1, \dots, x_n) \\ \dot{x}_2(t) = f_2(t, x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = f_n(t, x_1, \dots, x_n) \end{cases}$$

Si el sistema es **lineal** y de coeficientes constantes, puede escribirse en forma matricial:

$$\mathbf{X}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{G}(t)$$

Donde

- $\mathbf{X}(t)$ es el **vector de estado** (por ejemplo, $\mathbf{X}(t) = (I(t), M(t))^T$),
- \mathbf{A} es una matriz $n \times n$ de coeficientes,
- $\mathbf{G}(t)$ es un vector que representa términos externos o constantes.

Esta es la forma que usaremos para modelar la dinámica de la informalidad y la migración.

3.3. Solución mediante autovalores y autovectores

Para el sistema homogéneo asociado

$$\mathbf{X}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}$$

la solución general se obtiene usando los **autovalores** y **autovectores** de \mathbf{A} .

Un **autovalor** λ de \mathbf{A} es un número que cumple

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}$$

para algún vector no nulo v (autovector). Para una matriz 2×2 , los autovalores se encuentran resolviendo el polinomio característico

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Si A tiene dos autovalores reales distintos λ_1, λ_2 con autovectores v_1, v_2 , la solución del sistema homogéneo es

$$X_h(t) = c_1 v_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 v_2 e^{\lambda_2 t}$$

Para el sistema no homogéneo $\mathbf{X}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{F}$ con \mathbf{F} constante, una solución particular es el **punto de equilibrio** \mathbf{X}^* que satisface $\mathbf{A}\mathbf{X}^* + \mathbf{F} = \mathbf{0}$. Entonces la solución general queda

$$X(t) = X^* + c_1 v_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 v_2 e^{\lambda_2 t}$$

Lo importante para nosotros no es tanto la fórmula exacta sino el **signo de los autovalores**, que determina el comportamiento en el tiempo.

3.4. Estabilidad de puntos de equilibrio

Un punto de equilibrio \mathbf{X}^* es **estable** si, ante perturbaciones pequeñas en las condiciones iniciales, las trayectorias $\mathbf{X}(t)$ regresan hacia \mathbf{X}^* cuando $t \rightarrow \infty$.

Para sistemas lineales de 2×2 con matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

se puede analizar la estabilidad usando:

- **Traza:** $\text{tr}(A) = a + d$
- **Determinante:** $\det(A) = ad - bc$

Los autovalores λ_1, λ_2 cumplen

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \text{tr}(A), \quad \lambda_1 \lambda_2 = \det(A)$$

Regla básicas:

- Si $\det(A) > 0$ y $\text{tr}(A) < 0 \rightarrow$ ambos autovalores son negativos \rightarrow **equilibrio estable (nodo estable)**.
- Si $\det(A) < 0 \rightarrow$ hay un autovalor positivo y otro negativo \rightarrow **punto de silla, inestable**.

- Si los autovalores son complejos con parte real negativa → **espiral estable** (oscilaciones amortiguadas).

En el contexto de la informalidad, un equilibrio estable significa que, si se produce un shock (por ejemplo, una migración masiva), el sistema tiende nuevamente a un nivel de informalidad de largo plazo, quizá diferente pero **no explosivo**.

CAPÍTULO 4

1. Modelo dinámico de la informalidad laboral

Ahora tomamos la idea central del presente trabajo:

“¿Cómo se relacionan informalidad y migraciones, y cómo se puede modelar esa relación?”

4.1. Variables y supuestos

Definimos las variables dinámicas:

- $I(t)$: **tasa de informalidad laboral** en Lima Metropolitana (en porcentaje de la PEA).
- $M(t)$: **índice de migración neta** hacia Lima (puede ser número de migrantes dividido entre la población, o un índice normalizado).

Variables de contexto (tratadas como parámetros o constantes a corto plazo):

- E : nivel educativo medio (porcentaje de población con secundaria completa).
- Y : PBI per cápita (en dólares).
- T : presión tributaria efectiva sobre MYPEs.
- S : tamaño promedio de empresa (número medio de trabajadores).

En el modelo de Cálculo Multivariable, la informalidad se plantea como función estática:

$$I = \alpha M - \beta E + \gamma T - \delta S + C$$

y en la parte econométrica como:

$$I = 102.39 - 0.0006Y - 0.5809\text{Secundaria} - 0.000007\text{Migracion} + \varepsilon$$

Ahora: consideramos que $I(t)$ y $M(t)$ **cambian en el tiempo** y se influyen mutuamente.

4.2. Formulación del sistema de ecuaciones diferenciales

Planteamos un sistema lineal sencillo que capture la interacción básica entre informalidad y migración:

donde:

- **a > 0**: velocidad con la que políticas formales, crecimiento económico y mejora educativa reducen la informalidad.
- **b > 0**: efecto de la migración sobre el **aumento** de informalidad (más migrantes → más presión sobre el mercado informal).
- **d > 0**: retroalimentación de la informalidad sobre la migración (un mercado informal amplio “atrae” a quienes no consiguen empleo formal en otras regiones).
- **e > 0**: mecanismos que frenan la migración neta (saturación de la ciudad, restricciones, mejora de regiones de origen).
- **c, f**: términos constantes que recogen el efecto promedio de Y, E, T, S y otras políticas de fondo.

Interpretaciones:

- Si **I(t)** es muy alta, el término **-aI(t)** empuja hacia abajo (políticas de formalización, crecimiento, presión social).
- Si **M(t)** aumenta, el término **bM(t)** empuja hacia arriba la informalidad.
- Un **M(t)** alto también será frenado por **-eM(t)**, que refleja límites físicos y económicos de la ciudad.

4.3. Forma matricial del modelo

Definimos el vector de estado

$$X(t) = \begin{pmatrix} I(t) \\ M(t) \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} c \\ f \end{pmatrix}$$

y la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -a & b \\ d & -e \end{pmatrix}$$

Entonces el sistema se escribe:

$$\dot{X}(t) = AX + F$$

Esta es exactamente la forma que estudias en la teoría de sistemas lineales con matrices.

4.4. Punto de equilibrio del sistema

Un **punto de equilibrio** (I^* , M^*) cumple:

$$\begin{cases} 0 = -aI + bM + c \\ 0 = dI - eM + f \end{cases}$$

En forma matricial:

$$AX + F = 0 \Rightarrow X = -A^{-1}F$$

Aquí es donde conectamos con los **datos reales**. Donde la tasa de informalidad alrededor de 2024 está cerca del 70-71 %. Suponiendo un índice de migración normalizado $M^* \approx 5$, Además se busca que el equilibrio del sistema sea precisamente

$$I^* \approx 70.9, \quad M^* \approx 5$$

Elegimos los parámetros:

- $a=0.3$, $b=0.1$
- $d=0.05$, $e=0.2$

Estos valores significan que:

- La informalidad se corrige relativamente rápido cuando es muy alta ($a=0.3$).
- La migración responde más lentamente ($d=0.05$ y $e=0.2$).

Con esos valores, calculamos c y f imponiendo que (I^*, M^*) sea equilibrio:

1. De la primera ecuación:

$$0 = -0.3 \cdot 70.9 + 0.1 \cdot 5 + c \Rightarrow c = 0.3 \cdot 70.9 - 0.1 \cdot 5$$

- $0.3 \times 70.9 = 21.270$
- $0.1 \times 5 = 0.50$
- Entonces $c = 21.27 - 0.5 = 20.77$

2. De la segunda ecuación:

$$0 = 0.05 \cdot 70.9 - 0.2 \cdot 5 + f \Rightarrow f = -0.05 \cdot 70.9 + 0.2 \cdot 5$$

- $0.05 \times 70.9 = 3.545$
- $0.2 \times 5 = 1$

- Entonces $f = -3.545 + 1 = -2.545$

Queda el sistema numérico:

$$\begin{cases} I(t) = -0.3I(t) + 0.1M(t) + 20.77 \\ M(t) = 0.05I(t) - 0.2M(t) - 2.545 \end{cases}$$

Este sistema tiene como punto de equilibrio aproximado:

$$(I^*, M^*) \approx (70.9, 5)$$

que coincide con la situación actual que se describe.

4.5. Análisis de estabilidad: autovalores de A

Tomamos la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -0.3 & 0.1 \\ 0.05 & -0.2 \end{pmatrix}$$

Calculamos:

- **Traza:**

$$\text{tr}(A) = -0.3 + (-0.2) = -0.5$$

- **Determinante:**

$$\det(A) = (-0.3)(-0.2) - (0.1)(0.05) = 0.06 - 0.005 = 0.055$$

Los autovalores λ cumplen:

$$\lambda^2 - \text{tr}(A)\lambda + \det(A) = 0 \Rightarrow \lambda^2 + 0.5\lambda + 0.055 = 0$$

Resolvemos la ecuación cuadrática:

$$\lambda = \frac{-0.5 \pm \sqrt{0.5^2 - 4 \cdot 0.055}}{2} = \frac{-0.5 \pm \sqrt{0.25 - 0.22}}{2} = \frac{-0.5 \pm \sqrt{0.03}}{2}$$

Como $\sqrt{0.03} \approx 0.1732$

$$\begin{aligned} \lambda_1 &\approx \frac{-0.5 - 0.1732}{2} = \frac{-0.6732}{2} \approx -0.3366 \\ \lambda_2 &\approx \frac{-0.5 + 0.1732}{2} = \frac{-0.3268}{2} \approx -0.1634 \end{aligned}$$

Ambos autovalores son **reales y negativos**:

- $\text{Det}(A) > 0$
- $\text{Tr}(A) < 0$

Por la teoría estudiada, eso significa que el equilibrio (I^*, M^*) es un **nodo estable**.

Observación:

Si las condiciones iniciales **$(I(0), M(0))$** se desvían un poco del equilibrio (por ejemplo, una crisis migratoria o un shock económico), el sistema tenderá a regresar gradualmente hacia (70.9,5).

Desde el punto de vista económico:

- No se genera una explosión indefinida de informalidad.
- Tampoco aparecen oscilaciones continuas sin amortiguación.
- Hay un proceso de ajuste lento pero convergente.

La solución general se puede escribir como

$$X(t) = X^* + c_1 v_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 v_2 e^{\lambda_2 t}$$

Donde v_1, v_2 son los autovectores asociados a λ_1, λ_2 , y c_1, c_2 dependen de las condiciones iniciales. No es necesario calcularlos explícitamente para analizar la estabilidad cualitativa.

CAPÍTULO 5

Este capítulo muestra acerca de las simulaciones, debido a que se tienen **escenarios de política pública**: aumento de educación, reducción de impuestos, cambio en tamaño de empresas, combinación de políticas.

- **Escenario 1 (más educación):**
 - A mayor educación, la informalidad tiende a bajar más rápido → Al aumentar **a** (más fuerza correctiva) y/o reducir **c** .

- o Resultado cualitativo: los autovalores se vuelven más negativos → el equilibrio sigue siendo estable, pero el retorno es más rápido.
- **Escenario 2 (reducción de impuestos y mayor tamaño empresarial):**
 - o Menos presión tributaria y empresas más grandes reducen la base estructural de la informalidad → disminuye c y también f (menos migración “forzada” al sector informal).
 - o El nuevo equilibrio tendrá menor I^* (por debajo de 70 %), y se halla reemplazando en $AX^* + F_{\text{nuevo}} = 0$.
- **Escenario 3 (políticas combinadas):**
 - o Se modifica a, b, c, e, f para representar intervención integral.
 - o El nuevo equilibrio $(\tilde{I}^*, \tilde{M}^*)$ tiene una tasa de informalidad sustancialmente menor (por ejemplo, apuntando hacia la meta de ~60 % y sigue siendo estable)

Aproximar las derivadas con diferencias:

Como los datos son anuales, tomamos $\Delta t = 1$ año y aproximamos:

$$I(t) \approx \frac{I_{t+1} - I_t}{1} = \Delta I_t, \quad M(t) \approx \frac{M_{t+1} - M_t}{1} = \Delta M_t$$

Plantear los modelos lineales

Sustituyendo las derivadas por diferencias, el sistema queda:

$$\begin{cases} \Delta I_t = -aI_t + bM_t + c + \varepsilon_t \\ \Delta M_t = dI_t - eM_t + f + \eta_t \end{cases}$$

Eso es exactamente **dos regresiones lineales**:

1. Ecuación de la informalidad

$$\Delta I_t = \beta_0 + \beta_1 I_t + \beta_2 M_t + \varepsilon_t$$

2. Ecuación de la migración

$$\Delta M_t = \gamma_0 + \gamma_1 I_t + \gamma_2 M_t + \eta_t$$

Comparando término a término:

- Primera ecuación:
 - o $\beta_0 = c$
 - o $\beta_1 = -a \Rightarrow a = -\beta_1$
 - o $\beta_2 = b \Rightarrow b = \beta_2$
- Segunda ecuación:
 - o $\gamma_0 = f$

- o $y_1 = d \Rightarrow d = y_1$
- o $y_2 = -e \Rightarrow e = -y_2$

Entonces, los valores “reales” de a, b, d, e salen de los coeficientes de las regresiones.

Teniendo las proyecciones para el periodo 2025-2030

Año	PBI per cápita (US\$)	Secundaria (%)	Migración neta (personas)	Tasa estimada de informalidad (%)
2025	8,900	43.0	105,000	71.37
2026	9,300	43.5	110,000	70.79
2027	9,700	44.0	115,000	70.21
2028	10,100	44.5	120,000	69.63
2029	10,500	45.0	125,000	69.05
2030	10,900	45.5	130,000	68.47

Teniendo las proyecciones para el periodo 2025-2030

$$\Delta I_t = I_{t+1} - I_t$$

$$\Delta M_t = M_{t+1} - M_t$$

Si se sabe que las variaciones son constantes (propuesta en nuestro modelo multivariabl

$$\text{Para } \Delta I_t - 0.58 = 70.79 - 71.37 \quad -0.58 = 69.05 - 69.63$$

$$-0.58 = 70.21 - 70.79 \quad -0.58 = 68.47 - 69.05$$

$$-0.58 = 69.63 - 70.21$$

$$\Delta I_t = -0.58$$

$$\text{Para } \Delta M_t \quad 5000 = 120000 - 115000$$

$$5000 = 110000 - 105000 \quad 5000 = 125000 - 120000$$

$$5000 = 115000 - 110000 \quad 5000 = 130000 - 125000$$

$$\Delta M_t = 5000$$

Sustituimos derivadas por diferencias y planteamos dos regresiones:

$$\Delta I_t = aI_t + bM_t + c$$

Para estimar (a, b, c) formamos la matriz con columnas: $\begin{bmatrix} -I_t & M_t & 1 \end{bmatrix}$

$$\Delta M_t = dI_t - eM_t + f$$

Para estimar (d, e, f) formamos la matriz con columnas: $\begin{bmatrix} I_t & -M_t & 1 \end{bmatrix}$

Usando t=2025, 2026, ..., 2029, obtenemos:

$$X_1 = \begin{bmatrix} -71.37 & 105000 & 1 \\ -70.79 & 110000 & 1 \\ -70.21 & 115000 & 1 \\ -69.63 & 120000 & 1 \\ -69.05 & 125000 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} 71.37 & -105000 & 1 \\ 70.79 & -110000 & 1 \\ 70.21 & -115000 & 1 \\ 69.63 & -120000 & 1 \\ 69.05 & -125000 & 1 \end{bmatrix}$$

Cálculo normal ($X'XyX'y$)

Para la primera regresión:

$$X_1'X_1 = \begin{bmatrix} 2.465 \times 10^4 & -4.034 \times 10^7 & -351.05 \\ -4.034 \times 10^7 & 6.6375 \times 10^{10} & 575000 \\ -351.05 & 575000 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow X_1'y_1 = \begin{bmatrix} 203.609 \\ -333500 \\ -2.9 \end{bmatrix}$$

Para la segunda regresión:

$$X_2'X_2 = \begin{bmatrix} 2.465 \times 10^4 & -4.034 \times 10^7 & 351.05 \\ -4.034 \times 10^7 & 6.638 \times 10^{10} & -575000 \\ 351.05 & -575000 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow X_2'y_2 = \begin{bmatrix} 1.75525 \times 10^6 \\ -2.875 \times 10^9 \\ 25000 \end{bmatrix}$$

Resultados numéricos (coeficientes)

$$\hat{\mu} = (X'X)^{-1}(X'y)$$

Primera regresión (coeficientes del vector μ_1 asociado a las columnas:

$$\begin{bmatrix} -I_t & M_t & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mu}_1 \approx \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.9409566 \times 10^{-3} \\ -8.051509 \times 10^{-7} \\ -8.307548 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

Segunda regresión (coeficientes del vector μ_2 asociado a las columnas:

$$\begin{bmatrix} I_t & -M_t & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mu}_2 \approx \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 59.835832 \\ -6.940956 \times 10^{-3} \\ 7.161679 \times 10^{-1} \end{bmatrix}$$

Obtenemos

$$a = 6.9409566 \times 10^{-3}$$

$$b = -8.051509 \times 10^{-7}$$

$$c = -8.307548 \times 10^{-5}$$

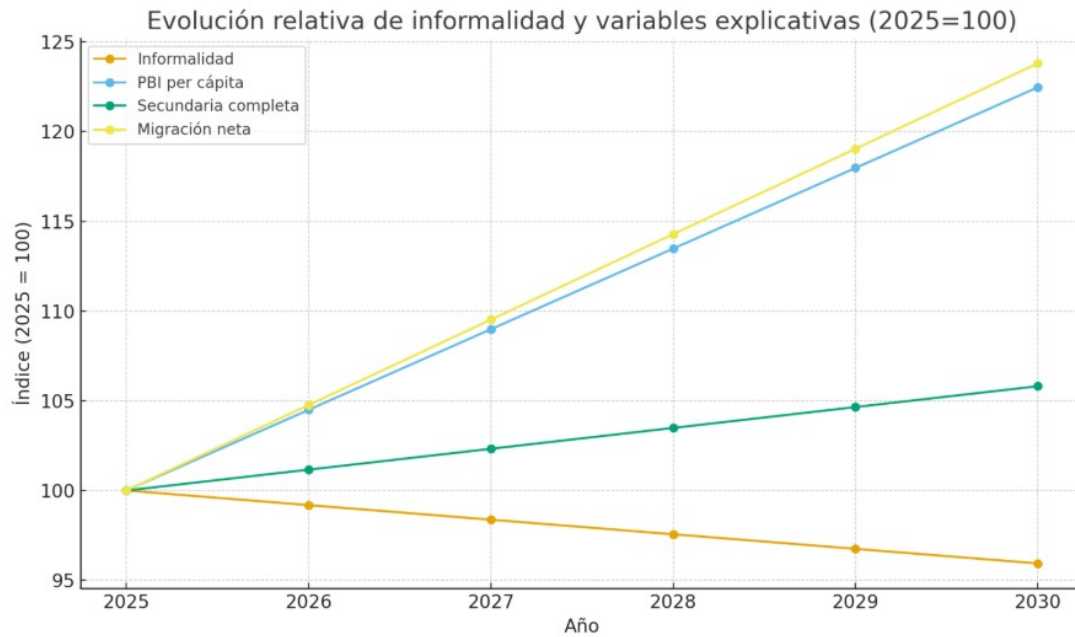
$$d = 59.835832$$

$$e = -6.940956 \times 10^{-3}$$

$$f = 7.161679 \times 10^{-1}$$

Análisis prospectivo de la informalidad laboral en Lima Metropolitana (2025-2030):

Las proyecciones obtenidas en el modelo econométrico muestran que, si las condiciones económicas y educativas actuales se mantienen o mejoran de manera gradual, la tasa de informalidad laboral en Lima Metropolitana seguiría una trayectoria descendente pero lenta en el periodo 2025-2030. A partir de la ecuación estimada, la informalidad partiría de niveles ligeramente superiores al 70 % a mediados de la década y se iría reduciendo de forma paulatina, hasta ubicarse por debajo del 70 % hacia 2030, aunque todavía por encima de la meta oficial de alrededor de 60 % planteada en los documentos de planificación estratégica. No se observa una caída abrupta, sino una evolución positiva y consistente, coherente con un escenario de crecimiento moderado del PBI per cápita y mejora progresiva del nivel educativo. Esta trayectoria implica que cada punto porcentual de reducción representa a miles de trabajadores que podrían ir dejando actividades precarias para incorporarse, poco a poco, a empleos con mayor protección social, acceso a pensiones, seguro de salud y derechos laborales básicos. Sin embargo, la proyección también recuerda que la informalidad seguiría siendo mayoritaria en 2030: es decir, la experiencia cotidiana de amplios sectores de la población (especialmente jóvenes, migrantes recientes, trabajadores con baja calificación y microemprendedores). seguiría marcada por ingresos inestables, desprotección frente a shocks y limitadas posibilidades de movilidad social. Si se aprovecha la ventana de oportunidad de esta década para articular políticas educativas focalizadas, incentivos a la formalización y al crecimiento empresarial, simplificación tributaria y una mejor gestión de los flujos migratorios, el horizonte de 2030 puede significar no solo una reducción estadística de la informalidad, sino un cambio tangible en la vida de millones de trabajadores que hoy sostienen la economía desde la precariedad.



Muestra 4 variables:

- Informalidad laboral
- PBI per cápita
- Porcentaje con secundaria completa
- Migración neta hacia Lima Metropolitana

Mientras el PBI per cápita, la educación y la migración aumentan, la informalidad disminuye ligeramente.

CONCLUSIONES:

- 1- El contraste entre el modelo econométrico y el sistema dinámico de ecuaciones diferenciales permite concluir que la economía limeña converge hacia un equilibrio con informalidad alta pero levemente decreciente. En un escenario inercial (sin cambios drásticos de política), las proyecciones 2025-2030 muestran una caída gradual de la informalidad, que pasa de niveles por encima del 70 % a valores ligeramente inferiores al 70 %, sin alcanzar, sin embargo, las metas oficiales planteadas para la próxima década.
- 2- El estudio permite concluir que la informalidad laboral en Lima Metropolitana no es un fenómeno meramente coyuntural ni exclusivo de decisiones individuales, sino el resultado de la interacción de factores estructurales: un sistema productivo fragmentado, un marco institucional complejo, brechas educativas persistentes y procesos migratorios intensos. Por ello, cualquier estrategia de reducción de la informalidad debe articular políticas económicas, laborales, educativas y territoriales, más allá de intervenciones puntuales o de corto plazo.
- 3- La informalidad laboral en Lima Metropolitana no es un problema pasajero, sino una característica estructural del mercado de trabajo. Incluso en años de buen desempeño económico, la tasa de informalidad se mantiene en niveles muy altos, lo que muestra que el crecimiento por sí solo no corrige esta situación.

- 4- El repaso histórico y estadístico me permitió ver que la informalidad está ligada a la forma en que ha crecido la ciudad y su economía: migraciones internas masivas, expansión desordenada de la ciudad, predominio de micro y pequeñas unidades productivas y brechas educativas importantes. Todo esto ha generado un entorno donde la salida más rápida para muchas personas ha sido el empleo informal.

REFERENCIAS:

Acnur. (2021). *Situación de personas venezolanas refugiadas y migrantes en Perú*. <https://www.acnur.org/>

Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). (2023). *Reporte de Inflación*. <https://www.bcrp.gob.pe>

CEPLAN. (2022). *Visión del Perú al 2050*. Centro Nacional de Planeamiento Estratégico. <https://www.ceplan.gob.pe>

ComexPerú. (2023). *Informalidad laboral: Análisis por regiones y sectores*. <https://www.comexperu.org.pe>

Contreras, C. (2009). *El desarrollo económico en la historia del Perú: una mirada a largo plazo*. Instituto de Estudios Peruanos.

Fernández, J. (2019). *Economía informal y desarrollo*. Fondo Editorial de la PUCP.

Gamero, R. (2007). *Economía peruana: desempeño y perspectivas*. Lima: Universidad del Pacífico.

GRADE. (2021). *Informalidad y políticas laborales en el Perú*. Grupo de Análisis para el Desarrollo. <https://www.grade.org.pe>

Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI). (2022). *Informalidad laboral en el Perú: indicadores básicos*. <https://www.inei.gob.pe>

Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI). (2023). *Estadísticas de empleo e informalidad 2010-2023*. <https://www.inei.gob.pe>

Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo (MTPE). (2022). *Informe del mercado laboral peruano*. <https://www.trabajo.gob.pe>

Saavedra, J. (1998). *Mercado laboral peruano: evolución y políticas*. GRADE.

Superintendencia Nacional de Migraciones. (2023). *Estadísticas migratorias del Perú*. <https://www.migraciones.gob.pe>